

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 13 - Arithmétique dans \mathbb{Z}

- Diviseurs, multiples, entiers associés. Propriétés de la relation de divisibilité :
 - × caractérisation des entiers associés ;
 - × relation d'ordre sur \mathbb{N} ;
 - × compatibilité avec les combinaisons linéaires, produits, puissances.
- Relation de congruence modulo un entier, propriétés :
 - × relation d'équivalence sur \mathbb{Z} ;
 - × compatibilité avec les sommes, produits, puissances ;
 - × multiplication/division par un entier non nul.
- Division euclidienne.
- PGCD, PPCM de deux entiers.
 - × Définitions en lien avec l'ordre usuel sur \mathbb{N} ;
 - × Algorithme d'Euclide, les diviseurs communs de deux entiers sont ceux de son PGCD ;
 - × Algorithme d'Euclide étendu, relations de Bézout ;
 - × Propriétés du PGCD (associativité et factorisation par un diviseur commun).
- Extension à une famille finie d'entiers de la notion de PGCD et de ses propriétés.
- Entiers premiers entre eux dans leur ensemble/deux à deux.
 - × Théorème de Bézout, théorème de Gauss, division dans les congruences.
 - × Forme irréductible d'un rationnel.
- Propriétés du PPCM.
- Nombres premiers, lemme d'Euclide, infinité de l'ensemble des nombres premiers.
- Crible d'Ératosthène.
- Valuation p -adique d'un entier non nul :
 - × additivité ;
 - × théorème de factorisation première
 - × caractérisation de la divisibilité via les valuations p -adiques ;
 - × expressions alternatives du PGCD et du PPCM.
- Petit théorème de Fermat.

Questions de cours

- La divisibilité est une relation d'ordre sur \mathbb{N} .
- La relation de congruence modulo un entier est une relation d'équivalence sur \mathbb{Z} .
- Théorème de division euclidienne.
- Présentation de l'algorithme d'Euclide étendu.
- Expressions alternatives du PGCD et du PPCM via les valuations p -adiques.
- Petit théorème de Fermat.