

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 11 - Structures algébriques usuelles (2^e partie)

Exercices en lien avec la structure de groupe.

- Structure d'anneaux :
 - × Anneaux usuels : $(\mathbb{Z}, +, \times)$, $(\mathbb{Q}, +, \times)$, $(\mathbb{R}, +, \times)$, $(\mathbb{C}, +, \times)$.
 - × Anneau produit, anneau A^X .
 - × Règles de calcul dans un anneau.
 - × Diviseurs de zéro, anneau intègre.
 - × Groupe des éléments inversibles.
- Sous-anneau, caractérisation.
- Structure de corps, sous-corps.
- Morphisme d'anneaux, morphisme induit entre les groupes des éléments inversibles.

Chapitre 12 - Matrices et systèmes linéaires

- Matrices à coefficients dans \mathbb{K} , avec $\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$, matrices élémentaires, symbole de Kronecker.
- Opérations matricielles :
 - × combinaison linéaire, multiplication, matrice identité, produit par blocs ;
 - × transposition, propriétés ;
 - × produit matrices ligne/colonne, produit de matrices élémentaires.
- Résolution des systèmes linéaires par la méthode du pivot de Gauss.
- Anneau des matrices carrées :
 - × Matrice diagonale et triangulaire inférieure/supérieure, stabilité par combinaison linéaire et par produit.
 - × Matrice symétrique/antisymétrique.
 - × Calculs de puissance d'une matrice carrée, formule du binôme.
 - × Trace d'une matrice carrée, propriétés.
- Matrice inversible :
 - × Opérations sur les matrices inversibles, lien avec les systèmes linéaires, lien avec les opérations élémentaires.
 - × Déterminant et inverse d'une matrice de taille 2, formule de Cramer.
 - × Inversibilité et inverse d'une matrice triangulaire.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quel thème du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Associativité du produit matriciel.
- Propriétés de la transposition.
- Sous-anneau des matrices triangulaires supérieures.
- Matrices élémentaires (définition, coefficients, formules $E_{i,j} = E_i E_j^\top$ et $E_{i,j} E_{k,\ell} = \dots$).
- Centre de l'anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
- Toute matrice carrée se décompose de façon unique comme la somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique.