

# Programme de colles

semaine 7  
du 25 au 29 novembre

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

## Chapitre 11 - Structures algébriques usuelles (1<sup>re</sup> partie)

- Loi de composition interne, magma, propriétés éventuelles (associativité, commutativité, distributivité).
- Éléments réguliers, élément neutre, éléments inversibles, propriétés des éléments inversibles d'un magma.
- Itérés d'un élément (inversible) d'un magma associatif unifié.
- Construction de lois : loi induite, loi produit, loi sur  $E^X$  avec  $E$  un magma et  $X$  un ensemble quelconque.
- Structure de groupe :
  - × Groupes usuels :  $(\mathbb{Z}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}, +)$ ,  $(\mathbb{R}, +)$ ,  $(\mathbb{C}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}^*, \times)$ ,  $(\mathbb{Q}_+^*, \times)$ ,  $(\mathbb{R}^*, \times)$ ,  $(\mathbb{R}_+^*, \times)$ ,  $(\mathbb{C}^*, \times)$ ,  $(\mathbb{U}, \times)$  et  $(\mathbb{U}_n, \times)$ , avec  $n \in \mathbb{N}^*$ .
  - × Groupes des permutations d'un ensemble.
  - × Groupe produit, groupe  $G^X$ .
  - × Groupe des éléments inversibles d'un magma associatif unifié.
- Sous-groupe d'un groupe, propriétés, caractérisations.
- Morphisme de groupes :
  - × Morphisme, endomorphisme, propriétés des morphismes.
  - × Image, noyau, caractérisation de l'injectivité.
  - × Isomorphisme, automorphisme, propriétés des isomorphismes, relation d'équivalence « être isomorphe ».
  - × Groupe des automorphismes d'un groupe.

## Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quel thème du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Propriétés des éléments inversibles d'un magma associatif unifié.
- Groupe des éléments inversibles d'un magma associatif unifié.
- Classification des sous-groupes de  $\mathbb{Z}$ .
- Une des propriétés des morphismes de groupes.
- Caractérisation de l'injectivité d'un morphisme par le noyau.