## Programme de colles

## semaine 5 du 3 au 7 novembre

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

## Chapitre 6 - Nombres complexes

- Forme algébrique, parties réelle et imaginaire.
- Module (inégalité triangulaire avec cas d'égalité) et conjugué.
- Équation du second degré :
  - × Racines carrées d'un nombre complexe;
  - $\times$  Résolution de l'équation du second degré à coefficients complexes;
  - × Factorisation du trinôme du seconde degré, relation coefficients/racines.
- Exponentielle complexe.
  - × Exponentielle imaginaire, propriétés (formules d'Euler et de Moivre, transformation somme/produit).
  - × Applications à la trigonométrie :
    - (dé)linéarisation des expressions trigonométriques;
    - factorisation de sommes  $(a\cos t + b\sin t, \cos x \pm \cos y, \sin x \pm \sin y)$ .
  - × Forme trigonométrique, arguments, liens avec la forme algébrique.
  - $\times$  Exponentielle complexe (périodicité, transformation somme/produit), dérivation de  $e^{\varphi}$  avec  $\varphi \in \mathcal{D}(I,\mathbb{C})$ .
- Racines  $n^{\text{es}}$  (de l'unité).
- Interprétation géométrique des nombres complexes : caractérisation de l'alignement de points, du parallélisme et de l'orthogonalité.
- Étude des similitudes directes du plan.

## Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.
- Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.
- Inégalité triangulaire AVEC cas d'égalité dans C.
- Existence et calcul (sous forme algébrique) des racines carrées dans  $\mathbb{C}$ .
- Factorisation de la somme  $\sum_{k=0}^{n} \cos(2kx)$ , où  $n \in \mathbb{N}$  et  $x \in \mathbb{R}$ .
- Liens entre la forme algébrique et la forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.
- Racines  $n^{\text{es}}$  d'un nombre complexe.
- Calcul de la somme  $\sum_{\omega \in \mathbb{U}_n} |\omega 1|$  (CCINP 89).
- Résolution dans  $\mathbb{C}$  de l'équation  $(z+i)^n=(z-i)^n$ , en montrant que les solutions sont réelles (CCINP 84).