Programme de colles

semaine 3 du 6 au 10 octobre

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 4 - Rappels et compléments pour l'étude des fonctions

- Somme, produit, quotient et composée de fonctions numériques.
- Transformation affine du graphe d'une fonction numérique.
- Fonction paire/impaire/périodique.
- Fonction monotone, majorée/minorée/bornée, extrema globaux et locaux.
- Rappels concernant la dérivation, dérivées successives, dérivabilité par opérations, caractérisation de la monotonie.
- Théorème de la bijection cotinue. Monotonie, continuité et dérivabilité d'une réciproque.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes :
 - × Fonctions bornées;
 - × Caractérisation de la continuité/dérivabilité via les parties réelle et imaginaire.
 - × Caractérisation des fonctions constantes.

Chapitre 5 - Fonctions usuelles

- Fonctions affines et affines par morceaux.
- Fonctions puissances d'exposant entier, polynomiales et rationnelles.
- Fonctions logarithmes, exponentielle et puissances quelconques :
 - × Logarithme népérien (défini comme l'unique primitive de la fonction inverse s'annulant en 1) : variations, relation fonctionnelle, croissance comparée.
 - \times Exponentielle (définie comme la réciproque du logarithme) : variations, relation fonctionnelle, croissance comparée.
 - \times Logarithme de base a.
 - \times Fonctions puissances : variations, propriétés algébriques.
 - × Croissance comparée généralisée.
- Fonctions circulaires :
 - × Définition (à partir du cercle trigonométrique) et propriétés des fonctions sinus, cosinus et tangente;
 - × Angles associés, formules d'addition et de duplication;
 - \times Factorisation de $a\cos t + b\sin t$.
 - \times Expression de $\cos x$, $\sin x$ et $\tan x$ en fonction de $\tan \frac{x}{2}$.
 - × Définition et propriétés des fonctions réciproques Arcsin, Arccos et Arctan.

Questions de cours

• Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- La réciproque d'une fonction bijective impaire est impaire.
- Propriétés du logarithme népérien : relation fonctionnelle et croissance comparée (la fonction logarithme étant définie comme l'unique primitive de la fonction inverse sur \mathbb{R}_+^* qui s'annule en 1).
- Propriétés des fonctions puissances.
- Croissance comparée généralisée.
- Factorisation de $a\cos t + b\sin t$.
- Propriétés de la fonction tangente.
- Expression de cos(x), sin(x) et tan(x) en fonction de tan(x/2).
- Définition et propriétés de l'une des fonctions Arccos / Arcsin / Arctan.
- Simplification de Arctan(x) + Arctan(1/x).