

Programme de colles

semaine 2
du 29 septembre au 3
octobre

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 3 - Ensembles et applications

- Notion d'ensemble (non formalisée), relations d'appartenance et d'inclusion.
- Ensemble des parties d'un ensemble.
- Opérations ensemblistes :
 - × différence de deux ensembles ;
 - × complémentaire ;
 - × union et intersection d'un ensemble d'ensembles (propriétés de distributivité, lois de De Morgan) ;
- Produit cartésien.
- Recouvrement et partition d'un ensemble.
- Généralités sur les applications entre deux ensembles quelconques :
 - × restriction et prolongements d'une application ;
 - × image directe/réciproque d'une partie ;
 - × composition d'applications.
- Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble. Indicatrice du complémentaire, de l'intersection et de l'union.
- Injection, lien avec la composition, lien avec la stricte monotonie pour les fonctions numériques.
- Surjection, lien avec la composition.
- Bijection, lien avec la réciproque, lien avec la composition.

Chapitre 4 - Rappels et compléments pour l'étude des fonctions

UNIQUEMENT LE COURS.

- Somme, produit, quotient et composée de fonctions numériques.
- Transformation affine du graphe d'une fonction numérique.
- Fonction paire/impaire/périodique.
- Fonction monotone, majorée/minorée/bornée, extrema globaux et locaux.
- Rappels concernant la dérivation, dérivées successives, dérivabilité par opérations, caractérisation de la monotonie.
- Théorème de la bijection continue. Monotonie, continuité et dérivabilité d'une réciproque.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Propriétés des fonctions indicatrices.
- Liens entre composition et injectivité/surjectivité/bijektivité.
- Preuves des relations

$$f^{-1}\left[\bigcup_{j \in J} B_j\right] = \bigcup_{j \in J} f^{-1}[B_j], \quad f^{-1}\left[\bigcap_{j \in J} B_j\right] = \bigcap_{j \in J} f^{-1}[B_j], \quad f\left[\bigcup_{i \in I} A_i\right] = \bigcup_{i \in I} f[A_i] \quad \text{et} \quad f\left[\bigcap_{i \in I} A_i\right] \subset \bigcap_{i \in I} f[A_i].$$

- Toute fonction $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ s'écrit de façon unique comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.