Programme de colles

semaine 28
du 25 au 29 mai

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 30 - Dénombrement

- Ensemble fini, cardinal, liens avec les opérations ensemblistes, liens avec les injections/surjections/bijections.
- p-listes, nombre d'applications entre deux ensembles finis.
- Lemme du berger/principe multiplicatif.
- p-arrangements, nombre d'injections/permutations.
- p-combinaisons, p-listes strictement croissantes de $[\![1\,,n]\!]$, cardinal de $\mathscr{P}(E)$.

Chapitre 31 - Probabilités sur un univers fini, variables aléatoires et lois

- Univers et événements associés à une expérience aléatoire. Systèmes complets d'événements.
- Variables aléatoires, événements et systèmes complets d'événements associés à une variable aléatoire.
- Probabilités sur un univers fini, propriétés, détermination d'une probabilité via les événements élémentaires.
- Événements équiprobables, probabilité uniforme.
- Probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes.
- Loi d'une variable aléatoire, loi conditionnelle, définition implicite d'un espace probabilisé via une distribution de probabilités.
- Fonction d'une variable aléatoire, loi image.
- Lois usuelles : loi certaine, loi uniforme sur un ensemble fini, loi de Bernoulli (exemple fondamental des fonctions indicatrices) et loi binomiale.
- Indépendance de deux événements, indépendance deux à deux et mutuelle d'une famille finie d'événements. Liens avec les événements contraires.
- Variables aléatoires indépendantes, caractérisation, lemme des coalitions.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Nombre de p-combinaisons, cardinal de $\mathscr{P}(E)$.
- Preuves combinatoires des formules classiques pour les coefficients binomiaux.
- Preuve combinatoire de la formule de Vandermonde :

$$\forall n_1, n_2, p \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^{p} \binom{n_1}{k}\binom{n_2}{p-k} = \binom{n_1+n_2}{p}.$$