

Programme de colles

semaine 27
du 18 au 22 mai

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 28 - Le groupe symétrique

- Permutation de $\llbracket 1, n \rrbracket$, support, structure de groupe. Deux permutations disjointes commutent.
- p -cycles, transpositions :
 - × décomposition d'une permutation en produit de cycles disjoints ;
 - × les transpositions engendrent \mathfrak{S}_n .
- Signature d'une permutation, unique morphisme non trivial de \mathfrak{S}_n dans $\{\pm 1\}$, groupe alterné.

Chapitre 29 - Déterminant

- Applications p -linéaires alternées/antisymétriques, propriétés des applications p -linéaires alternées.
- Droite vectorielle des formes n -linéaires alternées sur un espace de dimension n .
- Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base, formule de Leibniz, propriétés (changement de base, caractérisation des bases).
- Orientation d'un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension finie.
- Déterminant d'une matrice carrée, lien avec le déterminant d'une famille de vecteurs.
- Propriétés : multilinéarité et caractère alterné par rapport aux colonnes/lignes, déterminant d'un produit, caractérisation de l'inversibilité, invariance par similitude, invariance par transposition.
- Méthodes de calcul :
 - × Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.
 - × Calcul de déterminant par la méthode du pivot.
 - × Développement par rapport à une rangée.
- Formule d'inversion via la comatrice.
- Matrice/Déterminant de Vandermonde.
- Déterminant d'un endomorphisme, propriétés.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Deux permutations disjointes commutent.
- Conjugaison des cycles dans \mathfrak{S}_n : $\sigma(i_1 \ i_2 \ \dots \ i_p)\sigma^{-1} = (\sigma(i_1) \ \sigma(i_2) \ \dots \ \sigma(i_p))$.
- La signature est l'unique morphisme non trivial de \mathfrak{S}_n dans $\{\pm 1\}$.
- Déterminant d'un produit de matrices.
- Invariance du déterminant par transposition.
- Déterminant de Vandermonde.