

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 27 - Matrices vs applications linéaires

- Représentation matricielle des applications linéaires :
 - × matrice d'une famille de vecteur dans une base, d'une application linéaire dans un couple de bases ;
 - × matrice de l'image d'un vecteur par une application linéaire ;
 - × isomorphisme d'espaces vectoriels entre $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$;
 - × matrice d'une composée d'applications linéaires ;
 - × caractérisation des isomorphismes et matrice de la réciproque d'un isomorphisme ;
 - × isomorphisme d'anneaux entre $\mathcal{L}(E)$ et $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, isomorphisme de groupes entre $\text{GL}(E)$ et $\text{GL}_n(\mathbb{K})$.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice :
 - × lien avec l'inversibilité d'une matrice ;
 - × noyau et image d'une matrice.
- Rang d'une matrice (rang de la famille des colonnes) :
 - × lien avec le rang d'une famille de vecteurs/d'une application linéaire ;
 - × caractérisation des matrices inversibles ;
 - × les opérations élémentaires préservent le rang, calcul du rang par l'algorithme du pivot ;
 - × rang d'un système linéaire, dimension de l'espace des solutions.
- Matrices de passage, formules de changement de bases pour un vecteur/une application linéaire.
- Matrice J_r et applications linéaires de rang r .
- Matrices équivalentes, propriétés (relation d'équivalence, interprétation vectoriel, classification par le rang).
- Invariance du rang par transposition, matrices extraites, caractérisation du rang par les matrices extraites.
- Matrices semblables, propriétés (relation d'équivalence, interprétation vectoriel, invariance du rang et de la trace).
- Trace d'un endomorphisme en dimension finie, trace d'un projecteur.

Exercices en lien avec l'ensemble des chapitres d'algèbre linéaire (chapitres 21 à 23 et 27).

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Matrice d'une composée d'applications linéaires.
- Caractérisation des isomorphismes et matrice de la réciproque d'un isomorphisme.
- Formules de changement de bases pour un vecteur/une application linéaire.
- Matrice J_r et applications linéaires de rang r .
- Propriétés des matrices équivalentes.
- Trace d'un endomorphisme en dimension finie, trace d'un projecteur.