

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

## Chapitre 27 - Matrices vs applications linéaires

- Représentation matricielle des applications linéaires :
  - × matrice d'une famille de vecteur dans une base, d'une application linéaire dans un couple de bases ;
  - × matrice de l'image d'un vecteur par une application linéaire ;
  - × isomorphisme d'espaces vectoriels entre  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  ;
  - × matrice d'une composée d'applications linéaires ;
  - × caractérisation des isomorphismes et matrice de la réciproque d'un isomorphisme ;
  - × isomorphisme d'anneaux entre  $\mathcal{L}(E)$  et  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , isomorphisme de groupes entre  $GL(E)$  et  $GL_n(\mathbb{K})$ .
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice :
  - × lien avec l'inversibilité d'une matrice ;
  - × noyau et image d'une matrice.
- Rang d'une matrice (rang de la famille des colonnes) :
  - × lien avec le rang d'une famille de vecteurs/d'une application linéaire ;
  - × caractérisation des matrices inversibles ;
  - × les opérations élémentaires préservent le rang, calcul du rang par l'algorithme du pivot ;
  - × rang d'un système linéaire, dimension de l'espace des solutions.
- Matrices de passage, formules de changement de bases pour un vecteur/une application linéaire.
- Matrice  $J_r$  et applications linéaires de rang  $r$ .
- Matrices équivalentes, propriétés (relation d'équivalence, interprétation géométrique, classification par le rang).
- Invariance du rang par transposition, matrices extraites, caractérisation du rang par les matrices extraites.
- Matrices semblables, propriétés (relation d'équivalence, interprétation géométrique, invariance du rang et de la trace).
- Trace d'un endomorphisme en dimension finie, trace d'un projecteur (*seulement pour les colles à partir de mercredi*).

**Exercices en lien avec l'ensemble des chapitres d'algèbre linéaire (chapitres 21 à 23 et 27).**

## Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Matrice d'une composée d'applications linéaires.
- Caractérisation des isomorphismes et matrice de la réciproque d'un isomorphisme.
- Formules de changement de bases pour un vecteur/une application linéaire.
- Matrice  $J_r$  et applications linéaires de rang  $r$ .
- Propriétés des matrices équivalentes.