

Programme de colles

semaine 18
du 16 au 20 février

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 20 - Convexité

- Fonctions convexes/concaves, position du graphe vis-à-vis des sécantes, inégalités de Jensen.
- Caractérisation de la convexité par la croissance des pentes, inégalité des trois pentes.
- Régularité des fonctions convexes sur un intervalle ouvert (dérivabilité à gauche et à droite, continuité).
- Caractérisation de la convexité pour les fonctions dérivables, position du graphe vis-à-vis des tangentes.
- Points d'inflexion.

Chapitre 21 - Espaces vectoriels

- Structure de $\mathbb{K}$ -espace vectoriel ($\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$).
 - × Un produit cartésien fini d'espaces vectoriels est muni d'une structure d'espace vectoriel.
 - × Si X est un ensemble non vide et E un espace vectoriel, E^X est muni d'une structure d'espace vectoriel.
 - × Exemples fondamentaux : $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}(X)$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^I$, $\mathcal{D}^k(I, \mathbb{K})$, $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{K})$, $\mathcal{C}^\infty(I, \mathbb{K})$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$.
- Familles presque nulles, combinaisons linéaires d'un nombre quelconque de vecteurs.
- Sous-espace vectoriel, caractérisation, une intersection de sev est un sev.
- Sous-espace vectoriel engendré par une partie/famille de vecteurs : $\text{Vect}(X)$ est un sev et il s'agit du plus petit sev contenant X . Propriétés des Vect.
- Sous-espace affine, direction, intersection de sous-espaces affines.
- Parties/familles génératrices (resp. libres). Propriétés. Une famille de polynômes non nuls échelonnés en degré est libre.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Inégalités de Jensen.
- Caractérisation de la convexité par la croissance des pentes.
- Caractérisation des fonctions convexes dérivables.
- $\text{Vect}(X)$ est un sev et il s'agit du plus petit sev contenant X .
- Propriétés des Vect.
- Une famille de polynômes non nuls et échelonnés en degré est libre.