# Programme de colles

semaine 16
du 3 au 7 mars

TOUS les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

## Chapitre 21 - Espaces vectoriels

- Structure de $\mathbb{K}$-espace vectoriel ($\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$).
  - × Un produit cartésien fini d'espaces vectoriels est muni d'une structure d'espace vectoriel.
  - × Si $X$ est un ensemble non vide et $E$ un espace vectoriel, $E^X$ est muni d'une structure d'espace vectoriel.
  - × Exemples fondamentaux : $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}(X)$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^I$, $\mathscr{D}^k(I, \mathbb{K})$, $\mathscr{C}^k(I, \mathbb{K})$, $\mathscr{C}^\infty(I, \mathbb{K})$, $\mathbb{K}^\mathbb{N}$.
- Familles presque nulles, combinaisons linéaires d'un nombre quelconque de vecteurs.
- Sous-espace vectoriel, caractérisation, une intersection de sev est un sev.
- Sous-espace vectoriel engendré par une partie/famille de vecteurs : $\mathrm{Vect}(X)$ est un sev et il s'agit du plus petit sev contenant $X$. Propriétés des Vect.
- Sous-espace affine, direction, intersection de sous-espaces affines.
- Parties/familles génératrices (resp. libres). Propriétés. Une famille de polynômes non nuls échelonnés en degré est libre.
- Bases d'un espace vectoriel, coordonnées d'un vecteur relativement à une base.
- Bases canoniques respectives de $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathbb{K}[X]$ et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels, partie génératrice d'une somme de sous-espaces vectoriels,
- Somme directe, caractérisation d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels, bases adaptées.
- Supplémentaires d'un sous-espace vectoriel.

## Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Une intersection de sev est un sev.
- $\mathrm{Vect}(X)$ est un sev et il s'agit du plus petit sev contenant $X$.
- Propriétés des Vect.
- Une famille de polynômes non nuls et échelonnés en degré est libre.
- Caractérisation d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels.