

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 16 - Limites et continuité des fonctions

- Limite en un point adhérent du domaine de définition d'une fonction à valeurs réelles, unicité.
- Limite à gauche et à droite en a . Lien avec la limite en a .
- Opération sur les limites (somme, produit, quotient, composition).
- Limites et inégalités.
- Théorème d'encadrement, minoration et majoration.
- Théorème de la limite monotone.
- Définition de la continuité en a et de la continuité à gauche/à droite en a .
- Prolongement par continuité d'une fonction.
- Opérations sur les fonctions continues (somme, produit, quotient, composition).
- Théorème des valeurs intermédiaires (version « antécédent » et version « image d'un intervalle »).
- Théorème des bornes atteintes (version « bornes atteintes » et version « image d'un segment »).
- Théorème de la bijection continue, continuité et monotonie de la réciproque.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes (limite, continuité, caractérisation par les parties réelle et imaginaire).
- Continuité uniforme : définition, lien avec la continuité, théorème de Heine.
- Fonctions lipschitziennes, lien avec la continuité uniforme.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Théorème de la limite monotone pour les fonctions.
- Théorème des valeurs intermédiaires (version « antécédent »).
- Les fonctions f continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} et telles que

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad f(x + y) = f(x) + f(y)$$

sont les fonctions linéaires $x \mapsto ax$, avec $a \in \mathbb{R}$.