

Programme de colles

semaine 14
du 19 au 23 janvier

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 16 - Limites et continuité des fonctions

- Limite en un point adhérant du domaine de définition d'une fonction à valeurs réelles, unicité.
- Limite à gauche et à droite en a . Lien avec la limite en a .
- Opération sur les limites (somme, produit, quotient, composition).
- Limites et inégalités.
- Théorème d'encadrement, minoration et majoration.
- Théorème de la limite monotone.
- Définition de la continuité en a et de la continuité à gauche/à droite en a .
- Prolongement par continuité d'une fonction.
- Opérations sur les fonctions continues (somme, produit, quotient, composition).
- Théorème des valeurs intermédiaires (version « antécédent » et version « image d'un intervalle »).
- Théorème des bornes atteintes (version « bornes atteintes » et version « image d'un segment »).
- Théorème de la bijection continue, continuité et monotonie de la réciproque.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes (limite, continuité, caractérisation par les parties réelle et imaginaire).
- Continuité uniforme : définition, lien avec la continuité, théorème de Heine.
- Fonctions lipschitziennes, lien avec la continuité uniforme.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Théorème de la limite monotone pour les fonctions.
- Théorème des valeurs intermédiaires (version « antécédent »).
- Les fonctions f continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} et telles que

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad f(x + y) = f(x) + f(y)$$

sont les fonctions linéaires $x \mapsto ax$, avec $a \in \mathbb{R}$.