Programme de colles

semaine 13
du 27 au 31 janvier

TOUS les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 17 - Arithmétique dans l'anneau $\mathbb{K}[X]$ ($\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$)

- Relation de divisibilité, polynômes associés, division euclidienne.
- Racine, lien avec la divisibilité, multiplicité, caractérisation de la multiplicité via les dérivées successives, racines complexes d'un polynôme à coefficients réels.
- Factorisation « par les racines », nombre maximal de racines d'un polynôme, théorèmes de rigidité.
- Polynôme scindé, théorème de d'Alembert-Gauss, relations entre les coefficients et les racines (formules de Viète).
- Polynôme d'interpolation de Lagrange.
- Polynômes irréductibles, éléments irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$, factorisation irréductible dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.
- PGCD et PPCM
  - × PGCD de deux polynômes, algorithme d'Euclide (étendu), lien avec les diviseurs communs, relations de Bézout.
  - × PGCD d'une famille finie de polynômes.
  - × Polynômes premiers entre eux dans leur ensemble/deux à deux.
  - × Théorème de Bézout, théorème de Gauss, lemme d'Euclide, caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$ via les racines.
  - × PPCM de deux polynômes, lien avec les multiples communs et le PGCD.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Théorème de division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
- Caractérisation de la multiplicité des racines via les dérivées successives.
- Polynôme d'interpolation de Lagrange (existence et unicité).
- Description des éléments irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.