

Programme de colles

semaine 12
du 20 au 24 janvier

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 15 - Suites numériques

- Étude des suites $u_{n+1} = f(u_n)$.

Chapitre 16 - Limites et continuité des fonctions

- Limite en un point adhérent du domaine de définition, unicité.
- Limite à gauche et à droite en a . Lien avec la limite en a .
- Opération sur les limites (somme, produit, quotient, composition).
- Limites et inégalités.
- Théorème d'encadrement, minoration et majoration.
- Théorème de la limite monotone.
- Définition de la continuité en a et à gauche/à droite en a .
- Prolongement par continuité d'une fonction.
- Opérations sur les fonctions continues.
- Théorème des valeurs intermédiaires (version « antécédent » et version « image d'un intervalle »).
- Théorème des bornes atteintes (version « bornes atteintes » et version « image d'un segment »).
- Théorème de la bijection, continuité et monotonie de la réciproque.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes (limite, continuité, caractérisation par les parties réelle et imaginaire).

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Théorème de la limite monotone pour les fonctions.
- Théorème des valeurs intermédiaires (version « antécédent »).
- Les fonctions f continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} et telles que

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad f(x + y) = f(x) + f(y)$$

sont les fonctions linéaires $x \mapsto ax$, avec $a \in \mathbb{R}$.